$$\lim \left(\sqrt{n^3+2n^2+n+1}-\sqrt{n^3-2n^2+n-1}\right)\cdot\frac{\sqrt{n^3+2n^2+n+1}+\sqrt{n^3-2n^2+n-1}}{\sqrt{n^3+2n^2+n+1}+\sqrt{n^3-2n^2+n-1}}=$$

A

správné rozšíření 1b

$$=\lim\frac{4n^2+2}{\sqrt{n^3+2n^2+n+1}+\sqrt{n^3-2n^2+n-1}}=\lim\frac{\cancel{n^2}^{\frac{1}{2}}\left(4+\frac{2}{n^2}\right)}{\cancel{n^{\frac{3}{2}}}\left(\sqrt{1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^3}}+\sqrt{1-\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n^3}}\right)}=$$

roznásobení $\frac{1}{2}$b

vytknutí dom. člena 1b

$$=\frac{+\infty(4+0)}{\sqrt{1+0+0+0}+\sqrt{1-0+0-0}}=+\infty\cdot 2=+\infty$$

LIM PŘECHOD

dovyčíslení $\frac{1}{2}$b

$\boxed{3b}$

A

2. $f(x) = -x^2+4x+5$, $x_0 = 3$

TEČNA:

$f'(x) = -2x+4$ 0.4b

$f'(3) = -2\cdot3+4 = -2$

$f(3) = -3^2+4\cdot3+5 = -9+12+5 = 8$

$\longrightarrow\ y = -2(x-3)+8 = -2x+6+8 = -2x+14$ 0.8b

Průsečíky tečny s osami: $P_y^T = [0;14]$, $P_x^T = [7;0]$ 0.2b

PARABOLA:

$P_y = [0;5]$ 0.2b

P_x : $-x^2+4x+5=0$

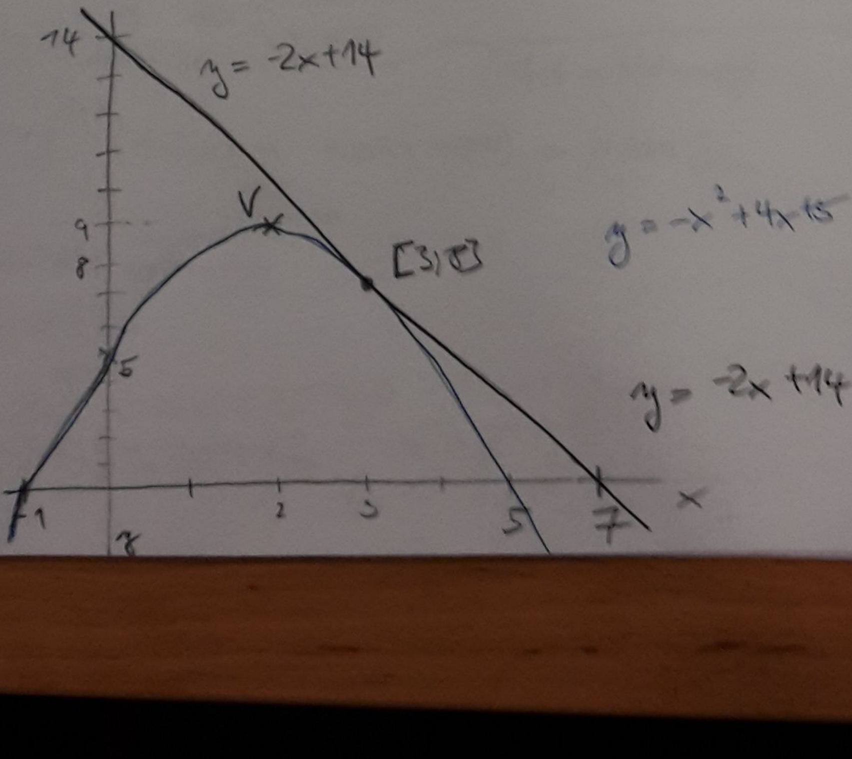
$x^2-4x-5=0$

$x_1 = 5$ $\Rightarrow P_{x_1} = [5;0]$, $P_{x_2} = [-1;0]$ 0.8b

$x_2 = -1$

$V = \left[\frac{x_1+x_2}{2}; ?\right] = \left[\frac{5-1}{2}; ?\right] = [2; -4+8+5] = [2;9]$

0.8b



graf 0.8b

$\boxed{4.8}$

A

3. $f(x) = e^{1-x}(1-2x)$

1) $D_f = \mathbb{R}$ $\frac{1}{4}$b

2) SUDOST/LICHOST $\frac{1}{4}$b

$f(1) = e^0(1-2) = -1$ $\rightarrow$ $f(1) \neq f(-1) \Rightarrow$ f není sudá

$f(-1) = e^2(1+2) = e^2 \cdot 3$ $\quad f(1) \neq -f(-1) \Rightarrow$ f není lichá

3) KLADNOST/ZÁPORNOST $\frac{1}{2}$b

$x \in$	$(-\infty; \frac{1}{2})$	$(\frac{1}{2}; +\infty)$
e^{1-x}	+	+
$1-2x$	+	−
f	⊕	⊖

4) LIMITY V KRAJNÍCH BODECH D_f {celkem $\frac{3}{2}$b}

$$\lim_{x \to +\infty} e^{1-x}(1-2x) = \underset{\text{úprava } \frac{1}{2}\text{b}}{\lim_{x \to +\infty} \frac{1-2x}{e^{-1+x}}} \underset{\substack{\frac{-\infty}{+\infty} \\ L'H}}{=} \lim_{x \to +\infty} \frac{-2}{e^{-1+x} \cdot 1} =$$

ověření L'H $\frac{1}{2}$b

$$\underset{\text{LIM PŘECHOD}}{=} \frac{-2}{+\infty} = 0 \Rightarrow$$

dopočtení $\frac{1}{4}$b

f MÁ V $+\infty$ VODOROVNOU ASYMPTOTU $y = 0$

$\frac{1}{2}$b do 6) Asymptoty

$$\lim_{x \to -\infty} e^{1-x}(1-2x) \underset{\text{LIM PŘECHOD}}{=} +\infty(+\infty) = +\infty \;\tfrac{1}{4}\text{b}$$

5) PRŮSEČÍKY {celkem $\frac{1}{2}$b}

$P_y = [0; e]$ $\frac{1}{4}$b

P_x: $\underbrace{e^{1-x}}_{>0}(1-2x) = 0 \Leftrightarrow 1-2x = 0$

$x = \frac{1}{2}$

$P_x = [\frac{1}{2}; 0]$ $\frac{1}{4}$b

6) ASYMPTOTY celkem $\frac{5}{4}$ b

A

$$\underbrace{\lim_{x\to-\infty}\frac{e^{1-x}(1-2x)}{x}}_{\frac{1}{4}b}=\left(\lim_{x\to-\infty} e^{1-x}\right)\cdot\left(\lim_{x\to-\infty}\frac{1-2x}{x}\right)=$$

$$=\left(\lim_{x\to-\infty} e^{1-x}\right)\left(\lim_{x\to-\infty}\frac{\cancel{x}\left(\frac{1}{x}-2\right)}{\cancel{x}}\right)\underset{\substack{\text{LIM}\\ \text{PŘECH}}}{=}+\infty\cdot(0-2)=-\infty$$

$\frac{1}{2}$ b

$\Rightarrow$ f NEMÁ V $-\infty$ ASYMPTOTU

7) $f'(x)=e^{1-x}(-1)(1-2x)+e^{1-x}(-2)=$

$$=e^{1-x}(-1+2x-2)=\underbrace{e^{1-x}}_{>0}(2x-3)\quad,\ D_{f'}=\mathbb{R}$$

7/4 b

8)+9) MONOTONIE + LOK. EXTRÉMY celkem $\frac{7}{2}$ b

$x\in$	$(-\infty;\frac{3}{2})$	$(\frac{3}{2};+\infty)$
$f'(x)$	$-$	$+$
$f(x)$	$\searrow$ KLESÁ	$\nearrow$ ROSTE

$\frac{1}{4}$ b

$x_0=\frac{3}{2}\in D_f \Rightarrow$ f MÁ V BODĚ $x_0=\frac{3}{2}$ LOK MINIMUM

1/4 b $f\left(\frac{3}{2}\right)=e^{-\frac{1}{2}}(1-3)=e^{-\frac{1}{2}}\cdot(-2)\approx-1.2$

10)

$$f''(x)=e^{1-x}(-1)(2x-3)+e^{1-x}\cdot 2=\underbrace{e^{1-x}}_{>0}(-2x+5)$$

$D_{f''}=\mathbb{R}$

$-2x+5=0$

$x=\frac{5}{2}$

7/4 b

11) KONVEX / KONKÁV

celkom $\frac{1}{2}b$

A

$x \in$	$(-\infty; \frac{5}{2})$	$(\frac{5}{2}; +\infty)$
$f''(x)$	$+$	$-$
$f(x)$	$\cup$ KONVEXNÍ	$\cap$ KONKÁVNÍ

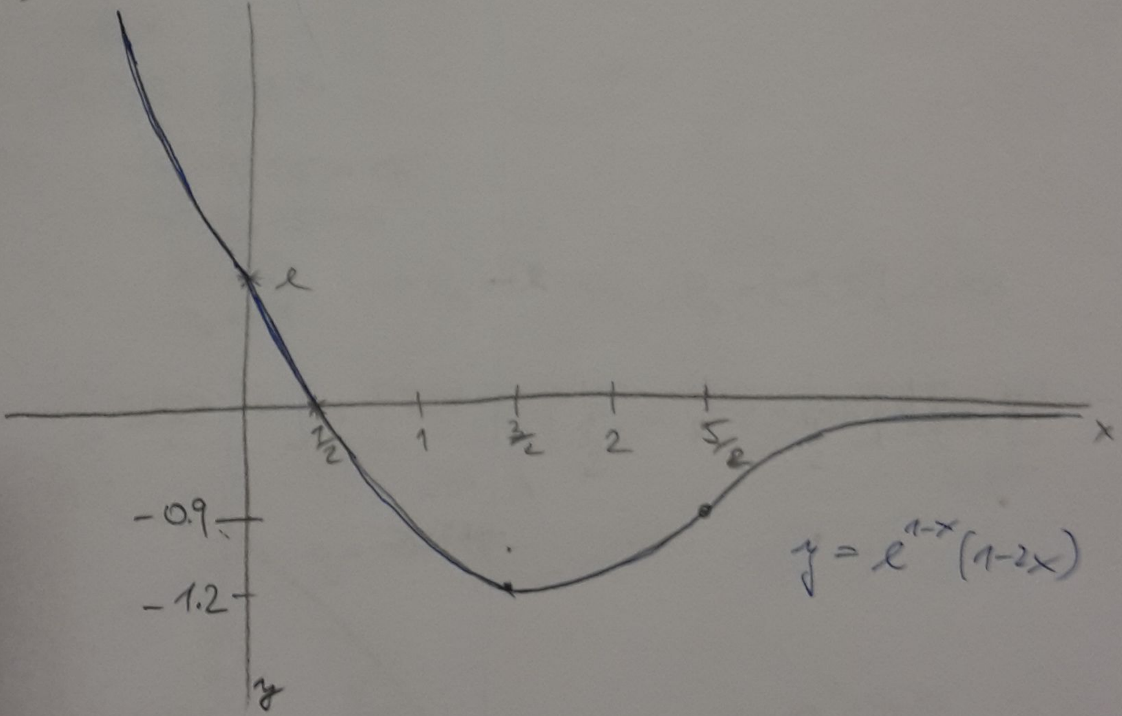
$\frac{1}{4}b$

$x_0 = \frac{5}{2} \in D_f \Rightarrow x_0 = \frac{5}{2}$ JE INFLEXNÍ BOD

$$f\left(\frac{5}{2}\right) = e^{\left(1-\frac{5}{2}\right)}(1-5) = e^{-\frac{3}{2}}(-4) \approx -0.9$$

$\frac{1}{4}b$

12) GRAF – 2b



13) $H_f = [-1.2, +\infty)$ $\frac{1}{4}b$

14) f MÁ GLOBÁLNÍ MINIMUM V BODĚ $x = \frac{3}{2}$.

$\frac{1}{4}b$

$\boxed{1.1b}$