1.

$$\lim \sqrt{n^2+2n+1} - n = \lim \left[\frac{\left(\sqrt{n^2+2n+1} - n\right)\left(\sqrt{n^2+2n+1}+n\right)}{\left(\sqrt{n^2+2n+1}+n\right)} \right]$$

správné rozšíření 1b

$$= \lim \frac{2n+1}{\sqrt{n^2+2n+1}+n} = \lim \frac{\cancel{n}\left(2+\overset{\to 0}{\frac{1}{n}}\right)}{\cancel{n}\sqrt{1+\underset{\to 0}{\frac{2}{n}}+\underset{\to 0}{\frac{1}{n^2}}}+\cancel{n}} =$$

roznásobení $\frac{1}{2}$b

vytknutí dor. člena 1b

$$= \frac{2+0}{\sqrt{1+0+0}+1} = \frac{2}{2} = 1$$ dosazení $\frac{1}{2}$b

$\boxed{3b}$

2. $f(x) = -x^2-4x+5$, $x_0 = -1$

TEČNA

$f'(x) = -2x-4$ $\frac{1}{2}$b

$f'(-1) = 2-4 = -2$

$f(-1) = -1+4+5 = 8$

TEČNA V BODĚ $x_0 = -1$: $y = -2(x+1)+8 =$ 1b
$= -2x+6$

Průsečík tečny s osami x, y: $P_y^T = [0;6]$, $P_x^T = [3;0]$ $\frac{1}{4}$b

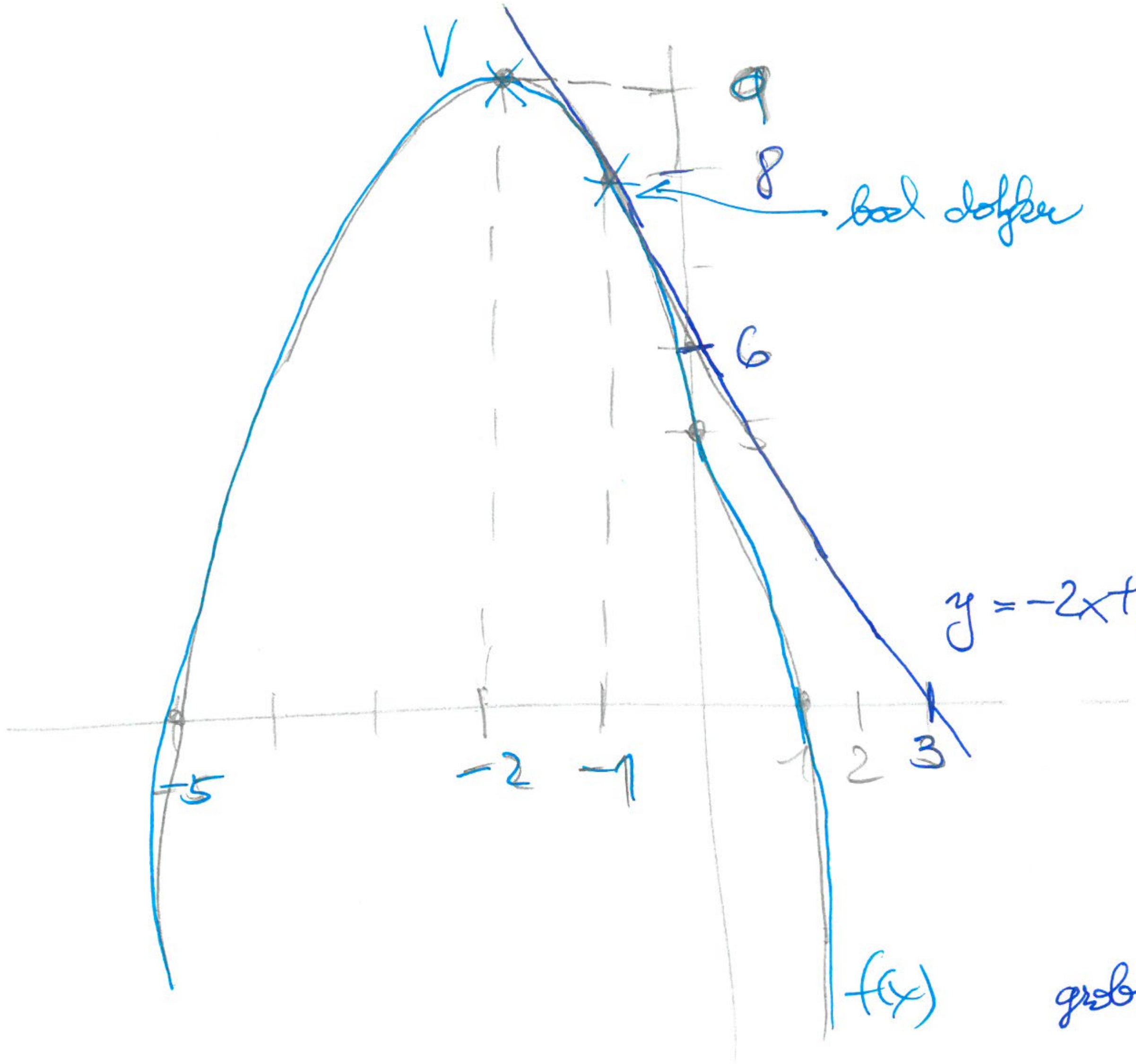
PARABOLA

$P_y = [0;5]$ $\frac{1}{4}$b

P_x: $-x^2-4x+5=0$
$x^2+4x-5=0$
$x_1 = -5$
$x_2 = 1$ $\Rightarrow$ $P_{x_1} = [-5;0]$ $P_{x_2} = [1;0]$ řešení 1b

$V = \left[\frac{x_1+x_2}{2}; ?\right] = \left[\frac{-5+1}{2}; ?\right] = [-2;?] = [-2;9]$ vrchol 1b

$f(-2) = -4+8+5 = 9$



graf 1,0

$\boxed{5,0}$

3. $f(x) = -x^3 + 7x^2 - 36$

1) $D_f = \mathbb{R}$ $\frac{1}{4}b$

sudost/lichost $\frac{1}{4}b$

$f(-1) = +1+7-36 = -28$ $f(-1) \neq f(1) \Rightarrow f$ není sudá

$f(1) = -1+7-36 = -30$ $f(-1) \neq -f(1) \Rightarrow f$ není lichá

---

2) limity v krajních bodech D_f celkem za 1b

$$\lim_{x\to+\infty} -x^3+7x^2-36 = \lim_{x\to+\infty} x^3\left(-1+\frac{7}{x}-\frac{36}{x^3}\right) =$$ vytknutí dom. členu $\frac{1}{4}b$

$$= +\infty(-1+0-0) = -\infty$$ výsledek $\frac{1}{4}b$

$$\lim_{x\to-\infty} -x^3+7x^2-36 = \lim_{x\to-\infty} x^3\left(-1+\frac{7}{x}-\frac{36}{x^3}\right) =$$ vytknutí dom. členu $\frac{1}{4}b$

$$= -\infty(-1+0-0) = +\infty$$ výsledek $\frac{1}{4}b$

---

3) Průsečíky – celkem za $\frac{6}{4}b$

$P_y = [0; -36]$ $\frac{1}{4}b$

P_x: $-x^3+7x^2-36 = 0$ uhodneme kořen -2

$$
\begin{aligned}
&-x^3+7x^2-36 : (x+2) = -x^2+9x-18\\
&-x^3-2x^2\\
&\quad 9x^2-36\\
&\quad 9x^2+18x\\
&\qquad -18x-36\\
&\qquad -18x-36\\
&\qquad\quad 0
\end{aligned}
$$
$\frac{3}{4}b$

$-x^2+9x-18 = 0$

$x^2-9x+18 = 0$

$\Rightarrow x_1 = 3,\ x_2 = 6$

$\frac{1}{2}b$ $\Rightarrow -x^3+7x^2-36 = (x+2)(x-3)(x-6)$

$P_{x_1} = [3;0],\ P_{x_2} = [6;0],\ P_{x_3} = [-2;0]$

4) Asymptoty {celkom za $\frac{6}{4}$ b}

$\boxed{v +\infty}$

$$\underbrace{\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}}_{\frac{1}{4}b} = \lim_{x\to+\infty} \frac{-x^3+7x^2-36}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^{\cancel{3}\,2}\left(-1+\frac{7}{x}-\frac{36}{x^3}\right)}{\cancel{x}} =$$

vytknutí dom. člen $\frac{1}{4}$ b

$$= +\infty\cdot(-1+0-0) = -\infty$$

výsledok + záver $\frac{1}{4}$ b

$\Rightarrow$ f nemá v $+\infty$ asymptotu

$\boxed{v -\infty}$

$$\underbrace{\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}}_{\frac{1}{4}b} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-x^3+7x^2-36}{x} =$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{x^{\cancel{3}\,2}\left(-1+\frac{7}{x}-\frac{36}{x^3}\right)}{\cancel{x}} =$$

vytknutí dom. člen $\frac{1}{4}$ b

$$= +\infty\cdot(-1+0-0) = -\infty$$

výsledok + záver $\frac{1}{4}$ b

$\Rightarrow$ f nemá v $-\infty$ asymptotu

---

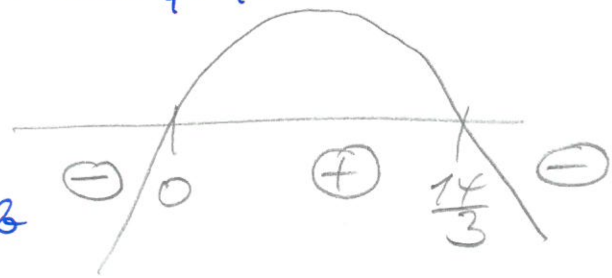
5) $f'(x) = \underbrace{-3x^2+14x}_{1b} = -3x\left(x-\frac{14}{3}\right)$

$D_{f'} = \mathbb{R}$

6+7) monotonie + lok. extrémy {celkem za $\frac{5}{4}$ b}

$(-\infty;0)$	$(0;\frac{14}{3})$	$(\frac{14}{3};+\infty)$
$f'(x)<0$	$f'(x)>0$	$f'(x)<0$
f KLESÁ	ROSTE	KLESÁ

$\frac{3}{4}$ b



⇓ $\frac{1}{4}$ b

$0 \in D_f$

f má v bodě 0 lokální minimum

$f(0) = -36$

$\frac{1}{4}$ b $\frac{14}{3} \in D_f$

f má v bodě $\frac{14}{3}$ lokální maximum

$f(\frac{14}{3}) = -\frac{14^3}{3^3} + 7\frac{14^2}{3^2} - 36 =$

není bodováno

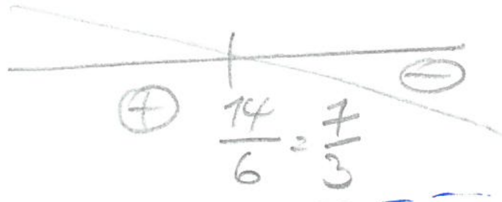
$= \frac{-14 \cdot 14^2}{3^3} + \frac{21 \cdot 14^2}{3^3} - \frac{36 \cdot 27}{3^3} =$

$= \frac{7 \cdot 14^2 - 36 \cdot 27}{27} = \frac{7 \cdot 196 - 36 \cdot 27}{27} =$

$= \frac{1372 - 972}{27} = \frac{400}{27} \doteq 14{,}81$

~~celkem za $\frac{3}{4}$ b~~

8) $f''(x) \overset{1b}{=} -6x + 14 = -6(x - \frac{14}{6})$



$(-\infty;\frac{14}{6})$	$(\frac{14}{6};+\infty)$
$f''(x)>0$	$f''(x)<0$
f je KONVEXNÍ	KONKÁVNÍ

$\frac{1}{2}$ b

9) konvex/konkáv {celkem za $\frac{3}{4}$ b}

$\frac{14}{6} \in D_f$, bod $\frac{14}{6}$ je inflexní bod f $\frac{1}{4}$ b

$f(\frac{14}{6}) = f(\frac{7}{3}) = -\frac{7^3}{3^3} + 7\frac{7^2}{3^2} - 36 =$

není bodováno

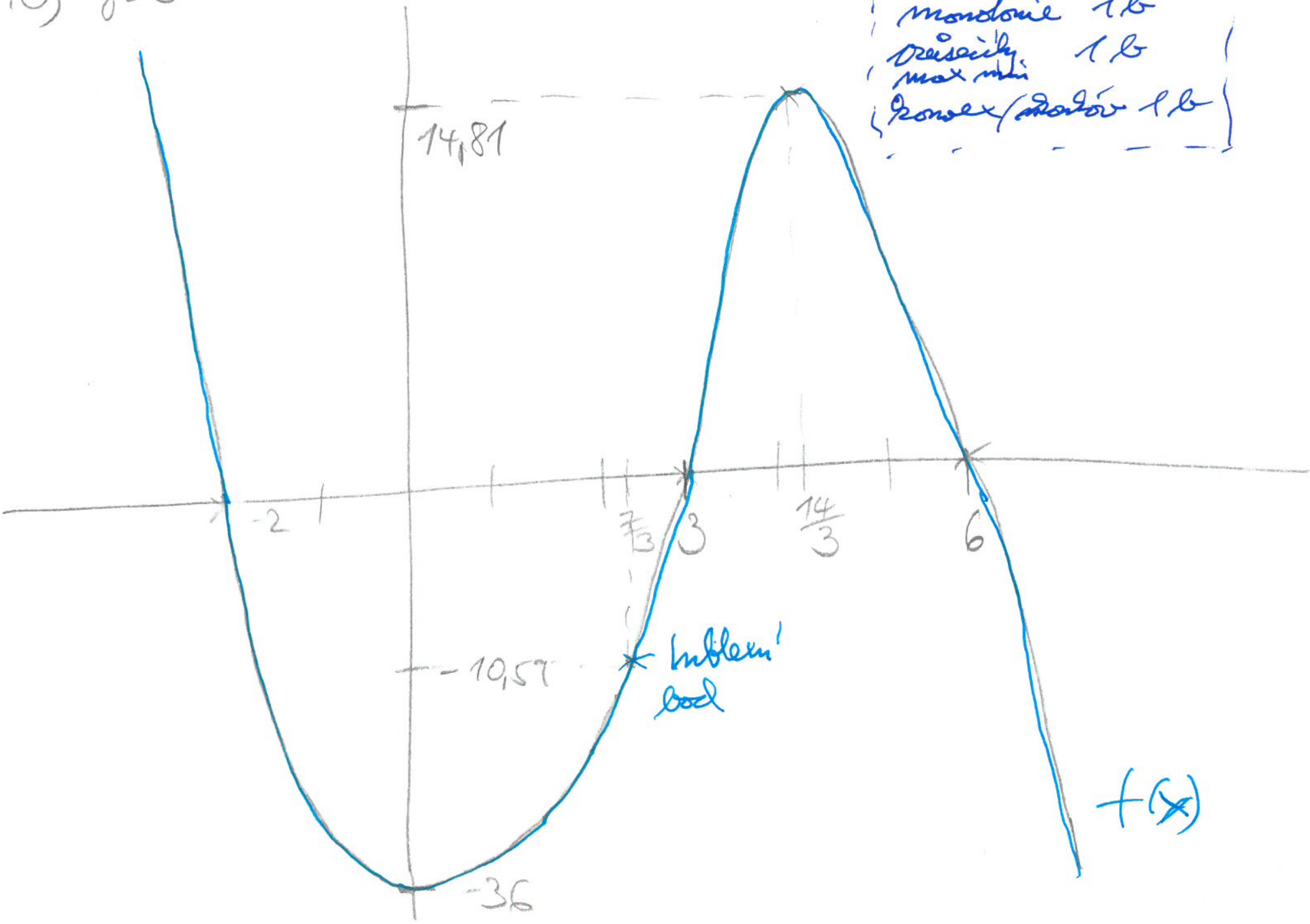
$$= \frac{-7\cdot 7^2}{3^3} + \frac{21\cdot 7^2}{3^3} - \frac{36\cdot 27}{3^3} =$$

$$= \frac{14\cdot 7^2 - 36\cdot 27}{27} = \frac{14\cdot 49 - 972}{27} = \frac{686 - 972}{27} =$$

$$= \frac{-286}{27} \doteq -10{,}59$$

10) graf

celkem za 3b:
monotonie 1b
průsečíky 1b
max min
konvex/konkáv 1b



11) $H_f = \mathbb{R}$ $\frac{1}{4}$ b

12) f nemá globální extrémy $\frac{1}{4}$ b

$\boxed{12\text{ b}}$